

Raaklijn aan cirkel

12 maximumscore 3

- De richtingscoëfficiënt van de lijn door O en P is $\frac{4}{3}$ 1
- De raaklijn aan c in P heeft dus richtingscoëfficiënt $-\frac{3}{4}$ 1
- $P(-3, -4)$ ligt op de lijn met vergelijking $y = -\frac{3}{4}x + b$; hieruit volgt $b = -6\frac{1}{4}$ (dus is $y = -\frac{3}{4}x - 6\frac{1}{4}$ inderdaad een vergelijking van l) 1

of

- Omdat $-4 = -\frac{3}{4} \cdot -3 - 6\frac{1}{4}$, ligt P op de lijn met vergelijking $y = -\frac{3}{4}x - 6\frac{1}{4}$ 1
- Voor gemeenschappelijke punten van c en de lijn met vergelijking $y = -\frac{3}{4}x - 6\frac{1}{4}$ geldt $x^2 + (-\frac{3}{4}x - 6\frac{1}{4})^2 = 25$; herleiden tot $1\frac{9}{16}x^2 + 9\frac{3}{8}x + 14\frac{1}{16} = 0$ 1
- De bijbehorende discriminant is $(9\frac{3}{8})^2 - 4 \cdot 1\frac{9}{16} \cdot 14\frac{1}{16} = 0$ (dus de lijn met vergelijking $y = -\frac{3}{4}x - 6\frac{1}{4}$ heeft één punt gemeenschappelijk met c , dus is $y = -\frac{3}{4}x - 6\frac{1}{4}$ inderdaad een vergelijking van l) 1

of

- Omdat $-4 = -\frac{3}{4} \cdot -3 - 6\frac{1}{4}$, ligt P op de lijn met vergelijking $y = -\frac{3}{4}x - 6\frac{1}{4}$ 1
- De richtingscoëfficiënt van de lijn door O en P is $\frac{4}{3}$ 1
- Omdat $\frac{4}{3} \cdot -\frac{3}{4} = -1$, staat OP loodrecht op de lijn met vergelijking $y = -\frac{3}{4}x - 6\frac{1}{4}$ (dus is $y = -\frac{3}{4}x - 6\frac{1}{4}$ inderdaad een vergelijking van l) 1

13 maximumscore 5

- Voor de x -coördinaat van S geldt $-\frac{3}{4}x - 6\frac{1}{4} = 0$; dit geeft $x = -8\frac{1}{3}$ 1
- $x_A = -5$ en $x_B = 5$ 1
- $AS = -5 - (-8\frac{1}{3}) = 3\frac{1}{3}$ en $BS = 8\frac{1}{3} + 5 = 13\frac{1}{3}$ 1
- $PS^2 = (-8\frac{1}{3} - (-3))^2 + (0 - (-4))^2 = 44\frac{4}{9}$ (of met Pythagoras in $\triangle OPS$: $PS^2 = (8\frac{1}{3})^2 - 5^2 = 44\frac{4}{9}$) 1
- $AS \cdot BS = 3\frac{1}{3} \cdot 13\frac{1}{3} = 44\frac{4}{9}$ (dus $AS \cdot BS = PS^2$) 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

14 maximumscore 4

- $AS = 7$ en $BS = 3$, dus $PS^2 = (7 \cdot 3 =) 21$ 1
- Lijn m staat loodrecht op PM , dus $MS^2 = 21 + 3^2$ 1
- Dus $MS = \sqrt{30}$ 1
- Dus de afstand tussen punt S en cirkel d is $\sqrt{30} - 3$ 1

of

- $AS = 7$ en $BS = 3$, dus $PS^2 = (7 \cdot 3 =) 21$ 1
- Als F en G snijpunten van de lijn door M en S met d zijn (met F het dichtst bij S), dan geldt: als $FS = x$, dan $GS = 6 + x$ (en x is de gevraagde afstand) 1
- (Er moet gelden $FS \cdot GS = PS^2$), dus de vergelijking $x(6 + x) = 21$ moet worden opgelost 1
- Exact oplossen geeft $x = \frac{-6 + \sqrt{120}}{2}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1
- ($x = \frac{-6 - \sqrt{120}}{2}$ voldoet niet) 1

of

- Als C het midden van lijnstuk AB is, dan geldt $\angle ACM = 90^\circ$ (omdat $\triangle AMB$ gelijkbenig is) 1
- Pythagoras in $\triangle ACM$ geeft $MC = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$ 1
- ($CS = \frac{1}{2} \cdot 4 + 3 = 5$, dus) Pythagoras in $\triangle MCS$ geeft $MS = \sqrt{5^2 + \sqrt{5}^2} = \sqrt{30}$ 1
- Dus de afstand tussen punt S en cirkel d is $\sqrt{30} - 3$ 1